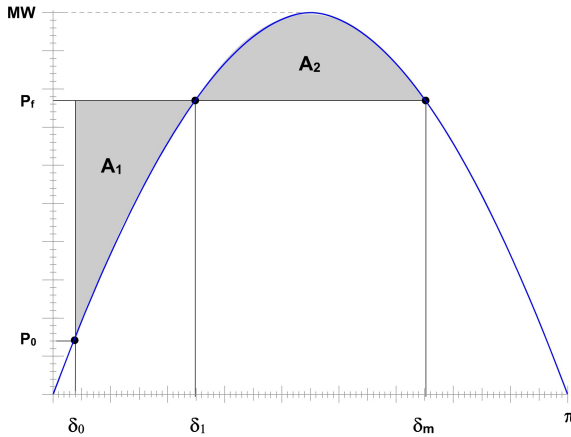


Estabilidad de Sistemas de Potencia

1) Un generador sincrónico capaz de desarrollar 500 MW de potencia, opera a un ángulo de potencia de 8° . ¿Cuánto puede incrementarse de repente la potencia del eje sin pérdida de estabilidad?



$$P_0 = P_{\max} \cdot \sin \delta_0 = 500 \cdot \sin 8^\circ = 69,6 \text{ MW}$$

$$P_f = P_{\max} \cdot \sin \delta_1$$

La condición para mantener la estabilidad es: $A_1 = A_2$

$$A_1 = P_f \int_{\delta_0}^{\delta_1} d\delta - P_{\max} \int_{\delta_0}^{\delta_1} \sin \delta \cdot d\delta$$

$$A_2 = P_{\max} \int_{\delta_1}^{\delta_m} \sin \delta \cdot d\delta - P_f \int_{\delta_1}^{\delta_m} d\delta$$

$$A_1 = P_{\max} \cdot \sin \delta_1 (\delta_1 - \delta_0) - P_{\max} (\cos \delta_0 - \cos \delta_1)$$

$$A_2 = P_{\max} (\cos \delta_1 - \cos \delta_m) - P_{\max} \cdot \sin \delta_1 (\delta_m - \delta_1)$$

Igualando las áreas, obtenemos:

$$\begin{aligned} P_{\max} \cdot \sin \delta_1 (\delta_1 - \delta_0) - P_{\max} (\cos \delta_0 - \cos \delta_1) &= P_{\max} (\cos \delta_1 - \cos \delta_m) - P_{\max} \cdot \sin \delta_1 (\delta_m - \delta_1) \\ \sin \delta_1 (\delta_1 - \delta_0) - (\cos \delta_0 - \cos \delta_1) &= (\cos \delta_1 - \cos \delta_m) - \sin \delta_1 (\delta_m - \delta_1) \\ \sin \delta_1 (\delta_1 - \delta_0) - (\cos \delta_0 - \cos \delta_1) - (\cos \delta_1 - \cos \delta_m) - \sin \delta_1 (\delta_m - \delta_1) &= 0 \end{aligned}$$

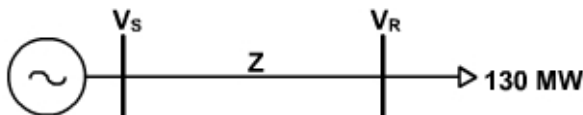
Reemplazando $\delta_m = \pi - \delta_1$; $\cos(\pi - \delta_1) = -\cos \delta_1$ y sacando factor común $\sin \delta_1$ $(\pi - \delta_1 - \delta_0) \cdot \sin \delta_1 - \cos \delta_1 - \cos \delta_0 = 0$, en donde: $\pi - \delta_0 \cong 3$ y $\cos \delta_0 \cong 0,99$:

$(3 - \delta_1) \cdot \sin \delta_1 - \cos \delta_1 - 0,99 = 0$, aplicando algún método numérico, se obtiene:

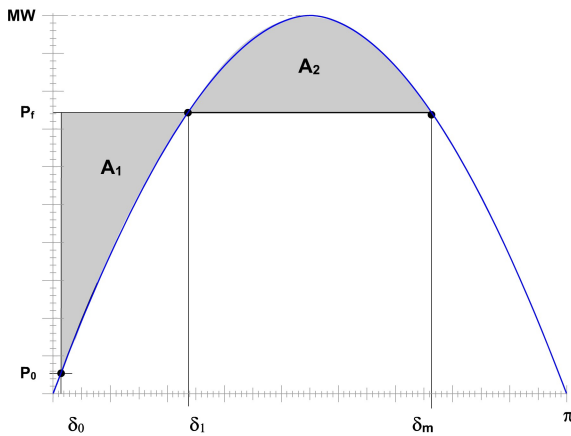
$\delta_1 \cong 50^\circ$, con este valor calculamos: $P_f = P_{\max} \cdot \sin \delta_1 = 500 \cdot \sin 50^\circ = 383 \text{ MW}$

siendo la variación de la potencia: $\Delta P = P_f - P_0 = 383 - 69,6 = 313 \text{ MW}$

2) Determinar la carga máxima adicional que puede tomar de repente, sin pérdida de estabilidad, una línea de transmisión de $Z = j7 \Omega$ por fase, las tensiones en ambos extremos son 132 kV y en el extremo receptor hay una carga de 130 MW.



En el extremo receptor, la curva de potencia es similar a la del problema anterior



$P_0 = \frac{130}{3} = 43,33 \text{ MW}$ por fase, y la potencia máxima por fase:

$$P_{\max} = \frac{V_S \cdot V_R}{Z} = \frac{132 \cdot 132}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 7} = 830 \text{ MW}$$

y siendo $P_0 = P_{\max} \cdot \sin \delta_0$, se obtiene el valor de

$$\delta_0 = \arcsin\left(\frac{43,33}{830}\right) = 3^\circ = 0,052 \text{ rad}$$

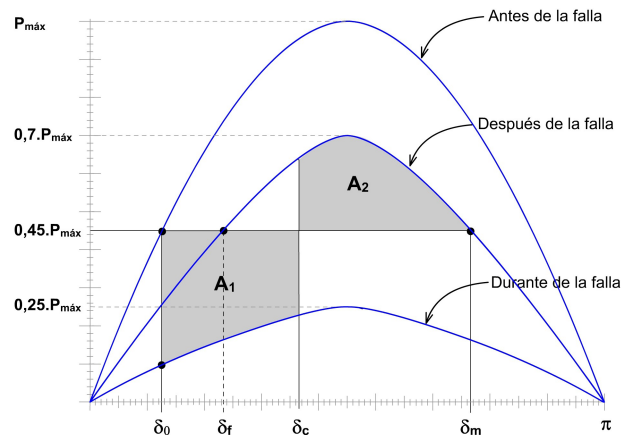
Del problema anterior sabemos que $(\pi - \delta_1 - \delta_0) \cdot \sin \delta_1 - \cos \delta_1 - \cos \delta_0 = 0$ y reemplazando: $(3,09 - \delta_1) \cdot \sin \delta_1 - \cos \delta_1 - 0,998 = 0$, con lo que $\delta_1 \cong 47,8^\circ$ y la variación de la potencia:

$$\Delta P = P_{\max} \cdot \sin \delta_1 - P_0$$

$$\Delta P = \frac{830}{3} \cdot \sin 47,8^\circ - 43,33 = 161,6 \text{ MW por fase, y la potencia total:}$$

$$\Delta P_T = 3 \cdot 161,6 = 485 \text{ MW}$$

3) Un generador sincrónico se conecta a una barra infinita y suministra 0,45 pu de su capacidad máxima. Ocurre una falla y la reactancia entre generador y línea se convierte en 4 veces su valor de antes de la falla. La potencia que se puede entregar después de interrumpir la falla es de 70% del valor máximo original. Determinar el ángulo crítico de interrupción de la falla.



$$A_1 = 0,45 \cdot P_{\max} \cdot (\delta_c - \delta_0) - 0,25 \cdot P_{\max} \int_{\delta_0}^{\delta_c} \sin \delta \cdot d\delta$$

$$A_1 = 0,45 \cdot P_{\max} \cdot (\delta_c - \delta_0) - 0,25 \cdot P_{\max} \cdot (\cos \delta_0 - \cos \delta_c)$$

$$A_2 = 0,7 \cdot P_{\max} \int_{\delta_c}^{\delta_m} \sin \delta \cdot d\delta - 0,45 \cdot P_{\max} \cdot (\delta_m - \delta_c)$$

$$A_2 = 0,7 \cdot P_{\max} \cdot (\cos \delta_c - \cos \delta_m) - 0,45 \cdot P_{\max} \cdot (\delta_m - \delta_c)$$

La estabilidad se da cuando: $A_1 = A_2$

$$0,45 \cdot (\delta_c - \delta_0) - 0,25 \cdot (\cos \delta_0 - \cos \delta_c) = 0,7 \cdot (\cos \delta_c - \cos \delta_m) - 0,45 \cdot (\delta_m - \delta_c)$$

Operando queda: $\cos \delta_c = -\delta_0 - 0,555 \cdot \cos \delta_0 + 1,555 \cdot \cos \delta_m + \delta_m$, siendo

$$\delta_m = \pi - \delta_f \text{ y } 0,45 \cdot P_{\text{máx}} = 0,7 \cdot P_{\text{máx}} \cdot \sin \delta_f \Rightarrow \delta_f = \frac{0,45}{0,7} = 40^\circ$$

$$\delta_m = 180 - 40 = 140^\circ = 2,443 \text{ rad.}$$

$$\text{También: } 0,45 \cdot P_{\text{máx}} = P_{\text{máx}} \cdot \sin \delta_0 \Rightarrow \delta_0 = \arcsin 0,45 = 26,74^\circ = 0,467 \text{ rad}$$

Reemplazando obtenemos:

$$\cos \delta_c = -0,467 - 0,555 \cdot \cos 26,74^\circ + 1,555 \cdot \cos 140^\circ + 2,443$$

$$\cos \delta_c = 0,289 \Rightarrow \delta_c = \arccos 0,289 = 73,2^\circ$$

4) La energía cinética almacenada en el rotor de una máquina sincrónica de $G = 50$ MVA, de seis polos y 50 HZ es de 200 MJ. La entrada a la máquina es de 25 MW cuando entrega 22,5 MW. Calcular la potencia de aceleración y la aceleración.

La Potencia acelerante es: $P_a = P_i - P_e = 25 - 22,5 = 2,5$ MW

$$\text{El momento angular: } M = \frac{2 \cdot G \cdot H}{360 \cdot f} = \frac{G \cdot H}{180 \cdot f} \left[\frac{\text{MJ} \cdot \text{seg.}}{^\circ \text{eléc}} \right]$$

$$M = \frac{50 \cdot 4}{180 \cdot 50} = 0,022 \frac{\text{MJ} \cdot \text{seg.}}{^\circ \text{eléc}}, \text{ en radianes:}$$

$$M = 0,022 \cdot \frac{\text{MJ} \cdot \text{seg}}{^\circ \text{elec} \cdot \frac{\pi \cdot \text{rad}}{180^\circ \text{elec}}} = 1,26 \frac{\text{MJ} \cdot \text{seg.}}{\text{rad}}$$

Finalmente, la aceleración $\alpha = \frac{d^2 \delta}{dt^2}$, es:

$$P_a = P_i - P_e = M \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{P_a}{M} = \frac{2,5}{1,26} \frac{\text{MW}}{\text{MJ} \cdot \frac{\text{seg}}{\text{rad}}} = 1,984 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2}$$

5) Si la aceleración de la máquina del problema anterior permanece constante durante 10 ciclos. ¿Cuál es el ángulo de potencia al final de los 10 ciclos?

Si se integra la aceleración con respecto a t , se obtiene la velocidad angular:

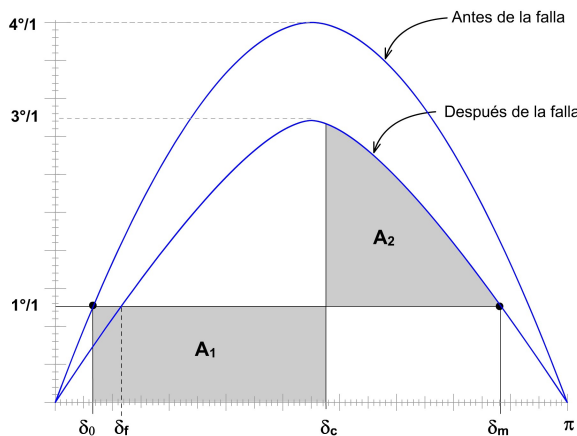
$\omega = \int 1,984 \cdot dt = 1,984 \cdot t + C_1$, como $\omega = 0$ cuando $t = 0$, $C_1 = 0$, si se integra nuevamente se obtiene el ángulo de potencia: $\delta = \int 1,984 \cdot t \cdot dt = \frac{1,984}{2} \cdot t^2 + C_2$, en este caso, cuando $t = 0$, $\delta = \delta_0$. Por lo tanto: $\delta = 0,992 \cdot t^2 + \delta_0$

A 50 Hz, el tiempo requerido para llegar a 10 ciclos es: $t_{10} = 10 \cdot \frac{1}{50} = 0,2 \text{ seg}$

Siendo: $P = P_{\text{máx}} \cdot \sin \delta_0 = 22,5 = 50 \cdot \sin \delta_0 \Rightarrow \delta_0 = 27,74^\circ = 0,467 \text{ rad}$. Por lo tanto: $\delta = 0,992 \cdot (0,2)^2 + 0,467$

$\delta = 0,5 = 28,65^\circ$

6) El generador del problema 4 tiene una tensión de 1,2 pu, se conecta a una barra infinita por medio de una línea de reactancia 0,3 pu. Un cortocircuito trifásico ocurre en la línea hasta que operan los interruptores del circuito y la reactancia entre el generador y la barra se convierte en 0,4 pu. Calcular el ángulo crítico de interrupción de la falla.



Antes de la falla: $P_{\text{máx}} = \frac{1,2 \cdot 1}{0,3} = 4 \text{ pu}$

Además: $1 = 4 \cdot \sin \delta_0$

$\delta_0 = \text{Arc sen } \frac{1}{4} = 14,48^\circ = 0,253 \text{ rad}$

Durante la Falla: $P_{\text{máx}} = 0$

Después de la falla:

$P_{\text{máx}} = \frac{1,2 \cdot 1}{0,4} = 3 \text{ pu}$

En el gráfico vemos: $A_1 = 1 \cdot (\delta_c - \delta_0)$ y $A_2 = 3 \int_{\delta_c}^{\delta_m} \sin \delta \cdot d\delta - 1 \cdot (\delta_m - \delta_c)$.

Para mantener la estabilidad: $A_1 = A_2$, o sea:

$\delta_c - \delta_0 = 3 \cdot \cos \delta_m - 3 \cdot \cos \delta_c - \delta_m + \delta_c$ y $\cos \delta_c = \frac{\delta_m - \delta_0 + 3 \cdot \cos \delta_m}{3}$

$1 = 3 \cdot \sin \delta_f \Rightarrow \delta_f = 19,47^\circ$ y $\delta_m = 180 - \delta_f = 160,43^\circ = 2,8 \text{ rad}$, reemplazando:

$\cos \delta_c = \frac{2,8 - 0,253 + 3 \cdot \cos 160,53}{3} = -0,0938 \Rightarrow \delta_c = 95,38^\circ$

7) Aplicando el método "paso a paso", graficar la curva de aceleración para la máquina del problema anterior.

El valor por unidad del momento angular, basado en la especificación de la

máquina es: $M = \frac{1 \cdot 4}{180 \cdot 50} = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ pu}$

La potencia acelerante inicial, $P_{a(0^+)}$, es igual a la mitad de la potencia

acelerante inmediatamente después de la falla: $P_{a(0^+)} = \frac{P_i - P_e}{2} = \frac{1-0}{2} = 0,5$

En donde P_e es la potencia eléctrica entregada durante la falla (en este caso: cero). La ecuación de la aceleración mecánica se puede escribir:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \alpha_{(0^+)} = \frac{P_{a(0^+)}}{M} = \frac{0,5}{4,4 \cdot 10^{-4}} = 1125 \frac{^\circ}{\text{seg}^2}.$$

La variación del ángulo de potencia en el 1° intervalo, tomando un $\Delta t = 0,05 \text{ seg}$

$$\text{es: } \Delta\omega_{r(1)} = \alpha_{(0^+)} \cdot \Delta t = 1125 \cdot 0,05 = 56,25 \frac{^\circ}{\text{seg}} \text{ y } \omega_{r(1)} = 0 + 56,25 = 56,25 \frac{^\circ}{\text{seg}}$$

La variación del ángulo de potencia para el 1° intervalo será:

$$\Delta\delta_{(1)} = \omega_{r(1)} \cdot \Delta t = 56,25 \cdot 0,05 = 2,81^\circ, \text{ siendo:}$$

$$\delta_{(1)} = \delta_0 + \Delta\delta_{(1)} = 14,48 + 2,81 = 17,29^\circ$$

Segundo Intervalo:

$$P_{a(1)} = 1 - 0 = 1$$

$$\alpha_{(1)} = \frac{1}{4,4 \cdot 10^{-4}} = 2250 \frac{^\circ}{\text{seg}^2}$$

$$\Delta\omega_{r(2)} = 2250 \cdot 0,05 = 112,5 \frac{^\circ}{\text{seg}}$$

$$\omega_{r(2)} = \omega_{r(1)} + \Delta\omega_{r(2)} = 56,25 + 112,5 = 168,75 \frac{^\circ}{\text{seg}^2}$$

$$\Delta\delta_{(2)} = \omega_{r(2)} \cdot \Delta t = 168,75 \cdot 0,05 = 8,44^\circ$$

$$\delta_{(2)} = \delta_{(1)} + \Delta\delta_{(2)} = 17,29 + 8,44 = 25,73^\circ$$

Como no hay variación de la potencia acelerante, el valor de $\Delta\omega_{r(i)} = \text{cte}$ para todos los intervalos sucesivos, o sea:

Tercer Intervalo:

$$\omega_{r(3)} = \omega_{r(2)} + \Delta\omega_{r(3)} = 168,75 + 112,5 = 281,25 \frac{^\circ}{\text{seg}^2}$$

$$\Delta\delta_{(3)} = \omega_{r(3)} \cdot \Delta t = 281,25 \cdot 0,05 = 14,06^\circ$$

$$\delta_{(3)} = \delta_{(2)} + \Delta\delta_{(3)} = 25,73 + 14,06 = 39,79^\circ$$

Cuarto Intervalo:

$$\omega_{r(4)} = \omega_{r(3)} + \Delta\omega_{r(4)} = 281,25 + 112,5 = 393,75 \frac{^\circ}{\text{seg}^2}$$

$$\Delta\delta_{(4)} = \omega_{r(4)} \cdot \Delta t = 393,75 \cdot 0,05 = 19,69^\circ$$

$$\delta_{(4)} = \delta_{(3)} + \Delta\delta_{(4)} = 39,79 + 19,69 = 59,48^\circ$$

Quinto Intervalo:

$$\omega_{r(5)} = \omega_{r(4)} + \Delta\omega_{r(5)} = 393,75 + 112,5 = 506,25 \frac{^\circ}{\text{seg}^2}$$

$$\Delta\delta_{(5)} = \omega_{r(5)} \cdot \Delta t = 506,25 \cdot 0,05 = 25,31^\circ$$

$$\delta_{(5)} = \delta_{(4)} + \Delta\delta_{(5)} = 59,48 + 25,31 = 84,79^\circ$$

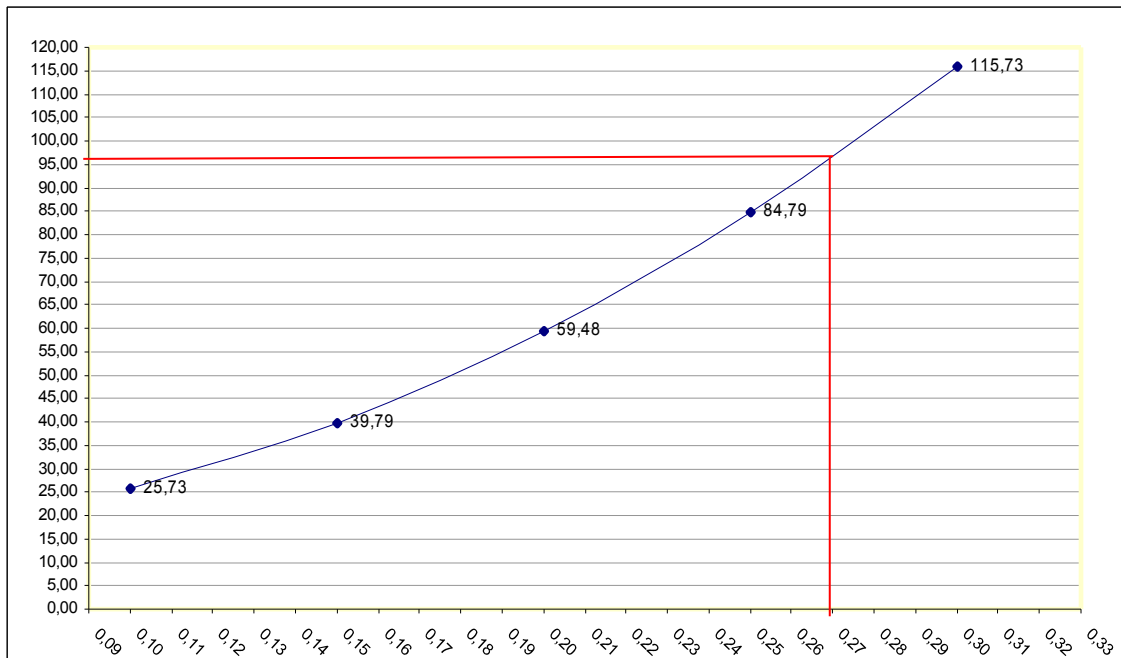
Sexto Intervalo:

$$\omega_{r(6)} = \omega_{r(5)} + \Delta\omega_{r(6)} = 506,25 + 112,5 = 618,75 \frac{^\circ}{\text{seg}^2}$$

$$\Delta\delta_{(6)} = \omega_{r(6)} \cdot \Delta t = 618,75 \cdot 0,05 = 30,94^\circ$$

$$\delta_{(6)} = \delta_{(5)} + \Delta\delta_{(6)} = 84,79 + 30,94 = 115,73^\circ$$

Con los resultados obtenidos, se puede graficar la curva de aceleración



Entrando en el gráfico con el ángulo crítico de interrupción de la falla:

$\delta_c = 95,38^\circ$, podemos obtener el tiempo crítico de actuación del interruptor, en este caso: $t_c \cong 0,264 \text{ seg}$

A 50 Hz, se debe liberar la falla antes de: $0,264 \cdot 50 \cong 13$ ciclos.